微积分 I 期末试卷$_{2019.1.2}$

一、计算下列各题(6分× 4=24分)

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x^3\ln\dfrac{x+1}{x-1}-2x^2\right)$.

2. $y=x^2\mathrm{e}^{3x}$, 求 $y^{(10)}$.

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x\sin(xt)\mathrm{d}t}{x^3}$.

4. 求与两平面 $x-4z=3$ 和 $2x-y-5z=1$ 的交线平行且过点 $(-3,2,5)$ 的直线方程.

二、计算下列各题(6分× 4=24分)

1. 求积分 $\displaystyle\int x\ln(2+x)\mathrm{d}x$.

2. 计算积分 $\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{x^5+x^3+x^2+x+\sin x}{1+x^2}\mathrm{d}x$.

3. 计算广义积分 $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{x\ln x}{(1+x^2)^2}\mathrm{d}x$.

4. 已知 $f(x)=\begin{cases}x^2, & 0\le x<1,\\ 1, & 1\le x\le 2,\end{cases}$ 设 $F(x)=\displaystyle\int_1^x f(t)\mathrm{d}t\ (0\le x\le 2)$, 求 $F(x)$.

三、(10分) 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{\ln\frac{n+1}{n}}{n+1}+\dfrac{\ln\frac{n+2}{n}}{n+\frac{1}{2}}+\cdots+\dfrac{\ln\frac{2n}{n}}{n+\frac{1}{n}}\right)$.

四、(10分) 求曲线 $y=\ln x$ 的一条切线，使得这条切线与原曲线以及直线 $x=1,x=e^2$ 所围成的图形面积最小.

五、(12分) 讨论函数 $f(x)=\dfrac{x^4}{(x+1)^3}$ 的定义域，单调区间，极值，凹凸区间，拐点，渐近线，并绘出草图.

六、(12分) 设函数 $f(x)$ 在区间 $[-a,a]$ $(a>0)$ 上具有二阶连续导数.

(1) 如果 $f''(x)>0$ $(x\in[-a,a])$, 证明：$\displaystyle\int_{-a}^{a}f(x)\mathrm{d}x\ge 2af(0)$;

(2) 如果 $f(0)=0$, 证明：在 $[-a,a]$ 上至少存在一点 ζ, 使得 $a^3f''(\zeta)=3\displaystyle\int_{-a}^{a}f(x)\mathrm{d}x$.

七、(8分) 设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，且 $f(x)\ge 0$, 满足 $f^2(x)\le 1+2\displaystyle\int_0^x f(t)\mathrm{d}t,\ x\in[0,1]$. 证明：$f(x)\le 1+x,\quad x\in[0,1]$.

微积分I期末试卷 2019.12.30

一、求下列不定积分(6分× 3=18分)

1. $I_1=\int\sqrt{1+3\cos^2x}\cdot\sin(2x)\mathrm{d}x$.

2. $I_2=\int(\arcsin x)^2\mathrm{d}x$.

3. $I_3=\int\dfrac{x^2}{(x\sin x+\cos x)^2}\mathrm{d}x$.

二、计算下列各题(6分× 3=18分)

1. 求定积分 $I_4=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{e}^x\dfrac{1+\sin x}{1+\cos x}\mathrm{d}x$.

2. 求由 $y^2=-4(x-1)$ 与 $y^2=-2(x-2)$ 所围平面图形的面积.

3. 求心脏线 $\rho=a(1-\sin\theta)$ $(a>0)$ 的全长 s.

三、计算下列各题(6分× 3=18分)

1. 求广义积分 $I_5=\int_0^{+\infty}\dfrac{1-x^2}{x^4+1}\mathrm{d}x$.

2. 已知三个向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2,|\boldsymbol{b}|=3,|\boldsymbol{c}|=4$, 且 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$, 求 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}+\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{a}$.

3. 设有两条直线 $L_1:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$, $L_2:\dfrac{x+2}{0}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$, 证明它们是异面直线.

四、(10分) 设 $f(x)$ 是连续函数，又 $g(x)=\int_0^1 f(xt)\mathrm{d}t$, 且 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x}=A$ (A 为常数)，求 $g'(x)$, 并讨论 $g'(x)$ 在 $x=0$ 处的连续性.

五、(10分) 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[n]{n(n+1)(n+2)\cdots(2n-1)}}{n}$.

六、(10分) 讨论函数 $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ 的定义域，单调区间，极值，凹凸区间，拐点，渐近线，并作出图像.

七、(10分) 求一条直线 L, 使得 L 过点 $P(2,3,4)$, 且与平面 $\Pi:2x+y-2z+7=0$ 平行，又与直线 $L_1:\dfrac{x+1}{-3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-5}{-1}$ 相交.

八、(6分) 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上具有连续的二阶导数，求证：$\exists\xi\in(a,b)$, 使得

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=(b-a)f(\frac{a+b}{2})+\frac{1}{24}(b-a)^3f''(\xi).$$

微积分Ⅰ期末试卷 2021.1.4

一、计算下列各题(6分× 3=18分)

1. 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sin\dfrac{5}{n^2}+\cos\dfrac{5}{n}\right)^{3n^2}$.

2. 求 $\lim\limits_{x\to0^+}x^{\frac{1}{\ln(\mathrm{e}^x-1)}}$.

3. 求函数 $y=(x+3)\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}$ 的渐近线.

二、计算下列各题 (6分× 3=18分)

1. $I_1=\displaystyle\int\frac{\sin x\cos x}{\sin^4 x-\cos^4 x}\mathrm{d}x$.

2. $I_2=\displaystyle\int\frac{x^3}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}\mathrm{d}x$.

3. $I_3=\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{x^4+x^7\cos^{10}x}{1+x^2}\mathrm{d}x$.

三、计算下列各题 (6分× 2=12分)

1. 已知三个单位向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, 且 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$, 求 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}+\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{a}$.

2. 将直线的一般式方程 $\begin{cases} x-y+z+5=0, \\ 5x-8y+4z+36=0 \end{cases}$ 化为点向式方程.

四、(10 分) 计算极限 $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{(\sin x)^{\sin x}-x^{\sin x}}{\sin^2 x\arcsin x}$.

五、(10分) 设 $f(x)$ 在 R 上可导且 $f(0)=0, f'(x)\geq 0$. 证明

$$\left(\int_0^x f(t)\mathrm{d}t\right)^2\leq 2\int_0^x tf^2(t)\mathrm{d}t$$

六、(10分) 求由曲线 $y=\ln x$ 在 $(\mathrm{e},1)$ 处的切线与 $y=\ln x$ 以及 x 轴所围成的平面图形 D 的面积 S, D 分别绕 x 轴、y 轴旋转一周所得旋转体的体积 V_x, V_y.

七、(14分) 讨论函数 $y=x\arctan x$ 的定义域，单调区间，极值，凹凸区间，拐点，渐近线，并作出函数图像.

八、(8 分) 已知函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上具有连续的二阶导数，且 $f'(a)=f'(b)=0$.

求证：$\exists\xi\in(a,b)$, 使得

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=(b-a)\frac{f(a)+f(b)}{2}+\frac{1}{6}(b-a)^3f''(\xi).$$

微积分I（第一层次）期末试卷参考答案2019.1.2

一、 1. $\dfrac{2}{3}$； 2. $y^{(10)}=3^8\mathrm{e}^{3x}(9x^2+60x+90)$; 3. $\dfrac{1}{2}$; 4. $\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-5}{1}$.

二、 1. $\dfrac{1}{2}x^2\ln(2+x)-\dfrac{1}{4}x^2+x-2\ln(x+2)+C$; 2. $2-\dfrac{\pi}{2}$; 3. $\dfrac{\ln 2}{4}$;

4. $F(x)=\begin{cases}\frac{x^3}{3}-\frac{1}{3}, & 0\le x<1;\\ x-1, & 1\le x\le 2.\end{cases}$

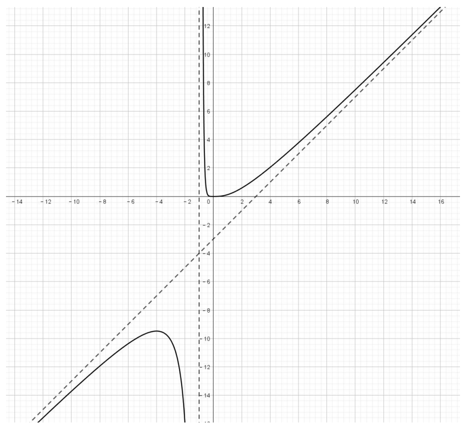
三、$\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\ln\Big(1+\frac{i}{n}\Big)\frac{1}{n+1}\le\frac{\ln\frac{n+1}{n}}{n+1}+\frac{\ln\frac{n+2}{n}}{n+\frac{1}{2}}+\cdots+\frac{\ln\frac{2n}{n}}{n+\frac{1}{n}}\le\sum_{i=1}^{n}\ln\Big(1+\frac{i}{n}\Big)\frac{1}{n}$

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\ln\Big(1+\frac{i}{n}\Big)\frac{1}{n+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{n}{n+1}\cdot\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\ln\Big(1+\frac{i}{n}\Big)\frac{1}{n}=\int_0^1\ln(1+x)\mathrm{d}x=2\ln2-1,$

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\ln\Big(1+\frac{i}{n}\Big)\frac{1}{n}=\int_0^1\ln(1+x)\mathrm{d}x=2\ln2-1,$

所以由夹逼准则

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\Big(\frac{\ln\frac{n+1}{n}}{n+1}+\frac{\ln\frac{n+2}{n}}{n+\frac{1}{2}}+\cdots+\frac{\ln\frac{2n}{n}}{n+\frac{1}{n}}\Big)=2\ln2-1.$



四、切线方程为$y-\ln\dfrac{1+e^2}{2}=\dfrac{2}{1+e^2}x-1$.

五、 单调增区间$(-\infty,-4),(0,+\infty)$, 单调减区间$(-4,-1),(-1,0)$; 极大值$f(-4)=-\dfrac{256}{27}$, 极小值$f(0)=0$; 下凹区间$(-\infty,-1)$, 上凹区间$(-1,+\infty)$; 没有拐点; 铅直渐近线$x=-1$; 斜渐近线$y=x-3$.

六、(1)$f(x)=f(0)+f'(0)x+\dfrac{f''(\xi)}{2}x^2\ge f(0)+f'(0)x\Longrightarrow\displaystyle\int_{-a}^{a}f(x)\mathrm{d}x\ge\int_{-a}^{a}(f(0)+f'(0)x)\mathrm{d}x=2af(0).$

(2) $f(x)=f'(0)x+\dfrac{f''(\xi)}{2}x^2\Longrightarrow\displaystyle\int_{-a}^{a}f(x)\mathrm{d}x=\int_{-a}^{a}f'(0)x\mathrm{d}x+\int_{-a}^{a}\frac{f''(\xi)}{2}x^2\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_{-a}^{a}f''(\xi)x^2\mathrm{d}x,$

设$M=\displaystyle\max_{x\in[-a,a]}f''(x)$, $m=\displaystyle\min_{x\in[-a,a]}f''(x)$, 则$m\le\dfrac{3}{a^3}\displaystyle\int_{-a}^{a}f(x)\mathrm{d}x\le M$. 对$f''(x)$用介值定理即得.

七、证明：设$u(x)=1+2\displaystyle\int_0^x f(t)\mathrm{d}t$, 则$u(0)=1, u'(x)=2f(x)\le2\sqrt{u(x)}$, 而$\sqrt{u(x)}-1=\displaystyle\int_0^x\frac{u'(t)}{2\sqrt{u(t)}}\mathrm{d}t\le\int_0^x\mathrm{d}t=x$, 所以$f(x)\le\sqrt{u(x)}\le1+x$.

微积分I（第一层次）期末试卷参考答案2019.12.30

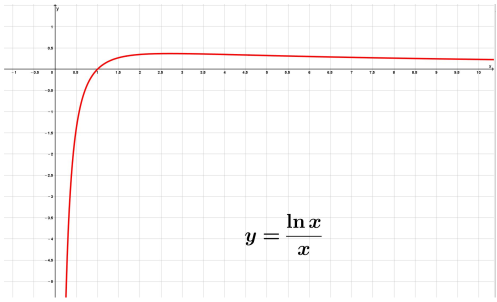
一、 1. $I_1=-\dfrac{2}{9}(1+3\cos^2x)^{\frac{3}{2}}+C$; 2. $I_2=x(\arcsin x)^2+2\sqrt{1-x^2}\arcsin x-2x+C$;

3. $$I_3=-\int\frac{x}{\cos x}\mathrm{d}\frac{1}{x\sin x+\cos x}=-\frac{x}{\cos x(x\sin x+\cos x)}+\int\frac{1}{x\sin x+\cos x}\mathrm{d}\frac{x}{\cos x}$$
$$=-\frac{x}{\cos x(x\sin x+\cos x)}+\int\frac{1}{\cos^2x}\mathrm{d}x=-\frac{x}{\cos x(x\sin x+\cos x)}+\tan x+C$$

二、 1. $e^{\frac{\pi}{2}}$; 2. $\dfrac{8}{3}$; 3. $8a$. 三、 1. 0; 2. $-\dfrac{29}{2}$.

四、 $g(x)=\begin{cases}\frac{1}{x}\int_0^x f(u)\mathrm{d}u, & x\neq 0,\\ 0, & x=0.\end{cases}$ $g'(x)=\begin{cases}\frac{f(x)}{x}-\frac{1}{x^2}\int_0^x f(u)\mathrm{d}u, & x\neq 0,\\ \frac{A}{2}, & x=0.\end{cases}$ $g'(x)$ 在 $x=0$ 处连续.

五、原式 $=\exp\left(\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=0}^{n-1}\ln(1+\frac{i}{n})\frac{1}{n}\right)=\exp\left(\int_0^1\ln(1+x)\mathrm{d}x\right)=\dfrac{4}{e}$.



六、 定义域 $(0,+\infty)$; 单调增区间 $(0,e)$, 单调减区间 $(e,+\infty)$; 极大值 $f(e)=\dfrac{1}{e}$, 下凹区间 $(0,e^{\frac{3}{2}})$, 上凹区间 $(e^{\frac{3}{2}},+\infty)$; 拐点 $\left(e^{\frac{3}{2}},\frac{3}{2}e^{-\frac{3}{2}}\right)$; $x=0$ 是铅直渐近线; $y=0$ 是水平渐近线.

七、 $\dfrac{x-2}{15}=\dfrac{y-3}{-14}=\dfrac{z-4}{8}$.

八、 证明：令 $F(x)=\int_a^x f(t)\mathrm{d}t$, 则 $F'(x)=f(x)$, $F''(x)=f'(x)$, $F'''(x)=f''(x)$, 且 $F(a)=0$.

$F(x)$ 在 $x=\dfrac{a+b}{2}$ 处的2阶泰勒公式为

$$F(x)=F\left(\frac{a+b}{2}\right)+f\left(\frac{a+b}{2}\right)\left(x-\frac{a+b}{2}\right)+\frac{1}{2}f'\left(\frac{a+b}{2}\right)\left(x-\frac{a+b}{2}\right)^2+\frac{1}{6}f''(\xi_1)\left(x-\frac{a+b}{2}\right)^3 \tag{1}$$

其中 ξ 在 x 与 $\dfrac{a+b}{2}$ 之间. 在 (1) 中分别令 $x=a$ 和 $x=b$, 得

$$0=F\left(\frac{a+b}{2}\right)-f\left(\frac{a+b}{2}\right)\frac{b-a}{2}+\frac{1}{2}f'\left(\frac{a+b}{2}\right)\frac{(b-a)^2}{4}-\frac{1}{6}f''(\xi_2)\frac{(b-a)^3}{8},\quad a<\xi_2<\frac{a+b}{2} \tag{2}$$

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F\left(\frac{a+b}{2}\right)+f\left(\frac{a+b}{2}\right)\frac{b-a}{2}+\frac{1}{2}f'\left(\frac{a+b}{2}\right)\frac{(b-a)^2}{4}+\frac{1}{6}f''(\xi_3)\frac{(b-a)^3}{8},\quad \frac{a+b}{2}<\xi_3<b \tag{3}$$

(3) − (2) 得

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=f\left(\frac{a+b}{2}\right)(b-a)+\frac{(b-a)^3}{48}\Big(f''(\xi_2)+f''(\xi_3)\Big)$$

由 $f''(x)$ 的连续性可知 $f''(x)$ 在 $[\xi_2,\xi_3]$ 上有最大值 M 和最小值 m, 再由介值定理，$\exists\xi\in[\xi_2,\xi_3]\subset(a,b)$, 使得 $f''(\xi)=\dfrac{1}{2}(f''(\xi_2)+f''(\xi_3))$, 所以 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=(b-a)f(\frac{a+b}{2})+\dfrac{1}{24}(b-a)^3f''(\xi)$.

微积分I（第一层次）期末试卷参考答案 2021.1.4

一、 1. $e^{-\frac{45}{2}}$; 2. e; 3. $x=0$ 是铅直渐近线，$y=x+4$ 是斜渐近线.

二、 1. $I_1=\dfrac{1}{4}\ln|\cos 2x|+C$. 2. $I_2=\sqrt{1+x^2}+\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}+C$; 3. $I_3=\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{4}{3}$.

三、 1. $-\dfrac{3}{2}$. 2. $\dfrac{x}{4}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+1}{-3}$.

四、 原式 $=\lim\limits_{x\to0^+}x^{\sin x}\cdot\dfrac{\left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\sin x}-1}{x^3}=\lim\limits_{x\to0^+}x^{\sin x}\cdot\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\left(e^{\sin x\ln\frac{\sin x}{x}}-1\right)}{x^3}$

$=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x\ln(\frac{\sin x}{x})}{x^3}=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\frac{\sin x}{x}-1}{x^2}=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\sin x-x}{x^3}=-\dfrac{1}{6}$.

五、设 $F(x)=\Big(\int_0^x f(t)\mathrm{d}t\Big)^2-2\int_0^x tf^2(t)\mathrm{d}t$, 则

$$F'(x)=2\int_0^x f(t)\mathrm{d}t\cdot f(x)-2xf^2(x)=2f(x)\cdot x\cdot f(\xi)-2xf^2(x)=2xf(x)(f(\xi)-f(x)),$$

其中 ξ 在 0 与 x 之间. 因为 $f'(x)\geq 0$, 所以 $f(x)$ 单调增加.

当 $x>0$ 时，$f(x)\geq f(\xi)\geq f(0)=0$, 故 $F'(x)\leq 0, F(x)$ 单调减少, 因此 $F(x)\leq F(0)=0$;

当 $x<0$ 时，$f(x)\leq f(\xi)\leq f(0)=0$, 故 $F'(x)\geq 0, F(x)$ 单调增加, 因此 $F(x)\leq F(0)=0$;

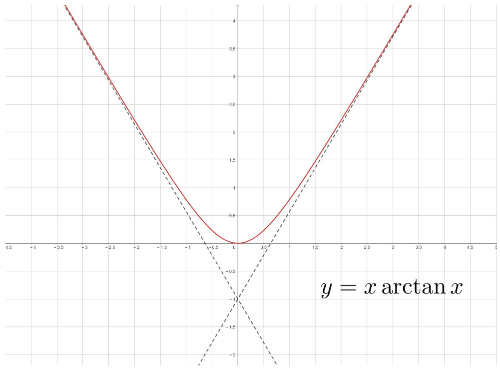
综上所述，$F(x)\leq 0$, 即 $\Big(\int_0^x f(t)\mathrm{d}t\Big)^2\leq 2\int_0^x tf^2(t)\mathrm{d}t$.

六、$S=\int_0^1(\mathrm{e}^y-\mathrm{e}y)\mathrm{d}y=\Big(\mathrm{e}^y-\frac{\mathrm{e}y^2}{2}\Big)\Big|_0^1=\frac{e}{2}-1$.

$$V_x=\frac{1}{3}\pi\mathrm{e}-\pi\int_1^{\mathrm{e}}\ln^2 x\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\pi\mathrm{e}-\pi(x\ln^2 x-2x(\ln x-1))\Big|_1^{\mathrm{e}}=2\pi(1-\frac{\mathrm{e}}{3}).$$

$$V_y=\pi\int_0^1(\mathrm{e}^{2y}-\mathrm{e}^2y^2)\mathrm{d}y=\pi\big(\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2y}-\frac{1}{3}\mathrm{e}^2y^3\big)\Big|_0^1=\frac{\pi}{6}(\mathrm{e}^2-3).$$

七、定义域 $(-\infty,+\infty)$; 偶函数;
$y'=\arctan x=\frac{x}{1+x^2}$,
单调增区间 $(0,+\infty)$, 单调减区间 $(-\infty,0)$; 极小值 $y(0)=0$;
$y''=\frac{2}{(1+x^2)^2}>0$, 上凹区间$(-\infty,+\infty)$;　无拐点;
渐近线 $y=\frac{\pi}{2}x-1, y=-\frac{\pi}{2}x-1$.



八、令 $F(x)=\int_a^x f(t)\mathrm{d}t$, 则 $F'(x)=f(x), F''(x)=f'(x), F'''(x)=f''(x)$, 且 $F(a)=0, F''(a)=F''(b)=0$.

函数 $F(x)$ 在 $x=a$ 处的 2 阶泰勒公式为

$$F(x)=F(a)+F'(a)(x-a)+\frac{1}{2!}F''(a)(x-a)^2+\frac{1}{3!}F'''(\xi_1)(x-a)^3=f(a)(x-a)+\frac{1}{6}f''(\xi_1)(x-a)^3$$

其中 $a<\xi_1<x$. 令 $x=b$, 得 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f(a)(b-a)+\frac{1}{6}f''(\xi_2)(b-a)^3$,　$(a<\xi_2<b)$,　(1)

函数 $F(x)$ 在 $x=b$ 处的 2 阶泰勒公式为

$$F(x)=F(b)+F'(b)(x-b)+\frac{1}{2!}F''(b)(x-b)^2+\frac{1}{3!}F'''(\eta_1)(x-b)^3=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x+f(b)(x-b)+\frac{1}{6}f''(\eta_1)(x-b)^3$$

其中 $x<\eta_1<b$. 令 $x=a$, 得 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f(b)(b-a)+\frac{1}{6}f''(\eta_2)(b-a)^3$,　$(a<\eta_2<b)$,　(2)

(1)+(2)得　$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\Big(f(a)+f(b)\Big)(b-a)+\frac{1}{6}\Big(\frac{f''(\xi_2)+f''(\eta_2)}{2}\Big)(b-a)^3$,

因为 $f''(x)$ 在区间 $[\xi_2,\eta_2]$ (或 $[\eta_2,\xi_2]$) 上连续，由最值定理，$f''(x)$ 在区间 $[\xi_2,\eta_2]$ (或 $[\eta_2,\xi_2]$) 上有最大值 M 与最小值 m, 而$m\leq\frac{f''(\xi_2)+f''(\eta_2)}{2}\leq M$, 则由介值定理，$\exists\xi\in[\xi_2,\eta_2]\subset(a,b)$, 使得 $f''(\xi)=\frac{f''(\xi_2)+f''(\eta_2)}{2}$, 于是 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\Big(f(a)+f(b)\Big)(b-a)+\frac{1}{6}f''(\xi)(b-a)^3$.