第 6-7 次作业

1、（均匀分布的普遍性）随机变量 X 服从参数为 1/2 的指数分布，密度函数为 $f_X(x)$， $f_X(x)=\begin{cases}2e^{-2x}, x\geq 0\\ 0, \quad x<0\end{cases}$，分布函数为 $F_x(x)$，令 $Y=F_X(X)=1-e^{-2X}$；

证明：Y 服从区间（0，1）上的均匀分布。

2、如果 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$Y=e^X$，求 Y 的概率密度函数。

3、盒子里装有 3 只黑球、2 只红球、2 只白球，在其中任取 4 只球。用 X 表示取到的黑球数，用 Y 表示取到的红球数。

(1) 求 X 和 Y 的联合分布律；

(2) 求 $P(X>Y)$，$P(X<3-Y)$；

4、设随机变量 (X, Y)具有联合密度函数 $F(x,y)$，

$$f(x,y)=\begin{cases}24xy, & 0<x<1, 0<y<1, 0<x+y<1\\ 0, & \text{其他.}\end{cases}$$

(1) 求 X 的边缘密度函数 $f_X(x)$；

(2) 求(X, Y)联合分布函数；

(3) 求 $P(Y<X<Y+0.5)$；

5、随机变量 (X,Y) 在圆形区域 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\leq 1\}$ 上均匀分布，求：(1) Y 的边缘密度函数 $f_Y(x)$；(2) 求 $P(X-1<Y<X+1)$；

6、设随机变量 X_1, X_2 相互独立，分别服从参数为 λ_1 与 λ_2 的泊松分布，求：

$P\{X_1=k \mid X_1+X_2=n\}$；