

第4次作业

1. 设一只昆虫的产卵数量服从泊松分布，产 r 个卵的概率是 $P(r; \lambda)$ ，而卵发育为成虫的概率是 p ，假设虫卵发育成成虫是相互独立的事件。证明：一只昆虫有 k 个后代的概率服从参数为 λp 的泊松分布。
2. 设 $X \sim b(n, p)$ ，且 $q = 1 - p$ ，证明： $n - X \sim b(n, q)$ ；
3. 顾客在某银行的窗口等待服务的时间 $X(\text{min})$ 服从指数分布，其概率密度为 $f(x)$ ；若等待时间超过 10 分钟，他就离开。该顾客一个月到银行 5 次，以 Y 表示一个月内他未等到服务而离开窗口的次数；

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5} e^{-x/5}, & x > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

- (1) 给出 X 的分布函数；
 - (2) 写出 Y 的分布律、分布函数；
 - (3) 求 $P(Y \geq 1)$ ；
4. 设随机变量 X 的密度函数为 $F(x)$ ，
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \ln x, & 1 \leq x < e \\ 1, & x > e \end{cases}$$
 - (1) 求 $P(X < 2)$ ， $P(2 < X < 2.5)$ ；
 - (2) 求 X 的概率密度函数 $f(x)$ ；
 5. 设 $X \sim U(0, 1)$ ，(1) 给出 X 的概率密度函数和分布函数；(2) 证明： $1 - X \sim U(0, 1)$ ；