第 3 次作业

1. (1) 证明公式 $\dfrac{P(H|E)}{P(H_c|E)}=\dfrac{P(H)}{P(H_c)}\dfrac{P(E|H)}{P(E|H_c)}$ (贝叶斯准则的几率形式) 成立；

   (2) 假如在得到新的证据前，假设 H 成立的可能性是 H_c 成立的可能性的 3 倍；如果 H_c 成立时新的证据 E 出现的可能性是 H 成立时的 2 倍，那么当新的证据 E 出现时，哪个假设（H 和 H_c）更有可能成立？

2. 设 A、B、C 三事件相互独立，求证：$A\cup B$，A-B 均与 C 独立。

3. 保险公司在一天内承保了 5000 张相同年龄，为期一年的寿险保单，每人一份，在合同有效期内若保险人死亡，则公司需赔付 3 万元。设在一年内，该年龄段的死亡率为 0.0015，且投保人是否死亡相互独立。求该公司对于这批投保人的赔付总额不超过 30 万元的概率（提示：利用泊松定理计算）。

4. 有一个大试验由两个独立的小试验构成：在第一个小试验中，观察某事件 A 是否发生，A 发生的概率为p_1；在第二个小试验中，观察某事件 B 是否发生，B 发生的概率为p_2。故这个大试验有 4 种可能的结果：（A，B），（$\bar{A}$，$\bar{B}$），（A，$\bar{B}$），（$\bar{A}$，B）。把这个大试验重复 N 次，记 $E_1=\{(A,\bar{B})$、$(\bar{A},B)$总共发生n次$\}$，$E_2=\{(A,\bar{B})$发生k次$\}$，计算条件概率$P(E_2|E_1)$。（提示：该条件概率对应到某种二项分布的分布律）

5. 独立重复某试验，每次试验中事件 A 发生的概率为 p，求：（1）做 i+r 次试验，事件 A 出现 r 次的概率；（2）做试验直到 A 出现 r 次为止，此时 A 不出现的次数为 i 的概率；（3）比较前面两个概率的大小关系，并给出直观解释；